

## MATEMÁTICAS II

(Responder só aos exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1=3 puntos, exercicio 2=3 puntos, exercicio 3=2 puntos, exercicio 4=2 puntos)

### OPCIÓN A

- Dada a matriz  $A = \begin{pmatrix} m & m & m^2 \\ 1 & m^2 & m^2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

  - Estuda, segundo os valores de  $m$ , o rango da matriz  $A$ .
  - Resolve, se é posible, o sistema  $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  para o valor  $m = 1$ .
- Dados os puntos  $A(3,0,2)$ ,  $B(1,-2,0)$ ,  $C(1,-1,3)$  e  $D(\lambda, \lambda - 2, -\lambda)$

  - Determina o valor de  $\lambda$  para que  $A, B, C$  e  $D$  sexan coplanarios. ¿Para algún valor de  $\lambda$  son  $A, B, C$  e  $D$  vértices dun paralelogramo?
  - Calcula as ecuacións paramétricas do plano  $\pi$  que pasa polo punto  $C$  e é perpendicular á recta  $r$  que pasa polos puntos  $A$  e  $B$ .
- Enuncia o teorema de Bolzano. Probar que a función  $f(x) = x^3 + 2x - 4$  corta o eixe OX algún punto do intervalo  $[1,2]$  ¿Pode cortalo en máis dun punto?
  - Calcula  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x+2}{x^2+x+2} \right)^{1/x^2}$
- Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola parábola  $y = 3x - x^2$  e a súa recta normal no punto  $(3,0)$ . (Nota: para o debuxo das gráficas, indicar os puntos de corte cos eixes, o vértice da parábola e a concavidade ou convexidade).

### OPCIÓN B

- Dado o sistema

$$\begin{aligned} x - 2y + 3z &= 5 \\ x - 3y + 2z &= -4 \end{aligned}$$
  - Calcula o valor de  $\alpha$  para que ao engadirle a ecuación  $ax + 3y + z = 9$ , resulte un sistema compatible indeterminado. Resólveo, se é posible, para  $\alpha = 0$ .
  - ¿Existe algún valor de  $\alpha$  para o cal o sistema con estas 3 ecuacións non ten solución?
- Se  $|\vec{v}| = 6$ ,  $|\vec{w}| = 10$  e  $|\vec{v} + \vec{w}| = 14$ , calcula o ángulo que forman os vectores  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$ .
  - Calcula as ecuacións paramétricas e a ecuación xeral do plano que pasa polos puntos  $A(-1,5,0)$  e  $B(0,1,1)$  e é paralelo á recta  $r: \begin{cases} 3x + 2y - 3 = 0 \\ 2y - 3z - 1 = 0 \end{cases}$
- Determina os valores de  $a$  para que a función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 

$$f(x) = \begin{cases} a - x^2 & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{2}{ax} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$
 sexa continua. ¿É derivable en  $x = 1$  para algún valor de  $a$ ?
  - Enunciado e interpretación xeométrica do teorema do valor medio do cálculo diferencial.
- Calcula  $\int_2^3 \frac{5x^3 - 3x + 1}{x^3 - x} dx$